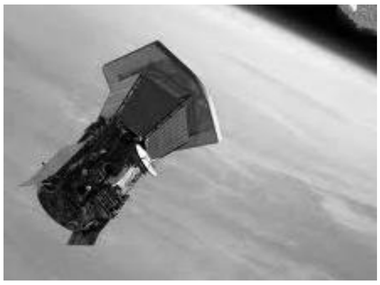
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA P.A. 2014-2
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA 17/10/2014
DACIBAHCC

EXAMEN PARCIAL DE METODOS NUMERICOS (MB536)

- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO Y CALCULADORA**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**
- **PROHIBIDO EL USO DE CELULARES U OTROS EQUIPOS DE COMUNICACION ELECTRONICA**
- **DURACION: 110 MINUTOS**

Problema 1

NASA **Solar Probe**, es una sonda espacial, planeada para orbitar el Sol. El Laboratorio de Física Aplicada de la Universidad Johns Hopkins empezará a diseñar y construir la sonda el 2015, cuyo lanzamiento está previsto para el 2018 para una cita con el sol en el 2024. A medida que la nave espacial se aproxime al sol, su escudo térmico deberá soportar temperaturas superiores a 2500^{o} F y explosiones de radiación intensa.



Una fórmula simple que predice la temperatura, en grados Kelvin, de una superficie expuesta a la radiación solar está dado por:

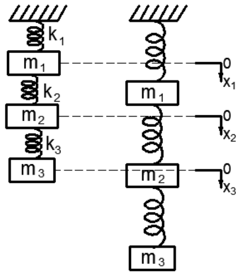
$$T = 196\frac{(1-A)^{1/4}}{\sqrt{R}}$$

Donde R es la distancia a la superficie solar en unidades astronómicas (UA), y A es la fracción de la radiación entrante que es reflejada por la superficie. **(Nota: 1 UA (Unidad Astronómica) es la distancia de la Tierra al centro del Sol, 147 millones de kilómetros).**

a) **(2.5 ptos)** La nave Solar Probe Plus usará un escudo térmico de cara al sol con una reflectividad de aproximadamente A = 0.60 y la distancia a la superficie solar será aproximadamente R= 0.04 UA. ¿Cuál es el error absoluto permisible en las variables tal que T tenga un error inferior al 0.005 % ?
Nota: usar el principio de igual efecto
b) **(0.5 ptos)** Si un traje blanco espacial de un astronauta refleja el 79.95% de la radiación entrante (A=0.7995) en la órbita de la tierra (R=1 UA, halle la temperatura T de la superficie del traje espacial.
c) **(1 pto)** Si se cuenta con el sistema IEEE-754 de simple precisión, halle la temperatura T obtenida en b) en decimal y binario.
d) **(1 pto)** Implemente un script en Matlab de c).

Problema 2

Se tiene 3 bloques con diferentes masas, sostenidas mediante 3 resortes, según el siguiente esquema. La relación entre las masas y los desplazamientos (x_i en cm) se da por el siguiente sistema de ecuaciones:



$$4x_1 - 2x_2 = 4$$
$$-x_1 + 3x_2 - x_3 = 1$$
$$-5x_2 + 6x_3 = 2$$

Se pide, indicando claramente los resultados parciales, lo siguiente:

a) **(2 ptos)** Calcule con el método de eliminación Gaussiana con pivoteo parcial.
b) **(1 pto)** Analice si el sistema converge para el método iterativo de Jacobi.
c) (**1.5 ptos**) Calcule los desplazamientos usando el método de Jacobi en la primera iteración, partiendo de X_0=[0 1 0]^T.
d) (**0.5 pto**) Escriba un script en Matlab que permita calcular el radio espectral para Jacobi.

Problema 3

La matriz de tensiones en un punto interior de un sólido elástico, referido a un sistema cartesiano ortogonal Oxyz es:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

a) **(1 pto.)** Aplique el teorema de Gershgorin. Luego escoja como valor de q igual al centro del círculo que contiene al <u>menor valor propio.</u>
b) **(1 pto)** Determine el espectro de A**.**
c) **(2 ptos)** Aplicando el método de la potencia inversa iterativa con $B=(A\text{-q}I)^{-1}$ determine el mínimo valor propio, partiendo del vector $x^{(0)} = [0 \quad 0 \quad 1]^t$, considere solo 3 iteraciones.

k	$x^{(k)T}$ (vector normalizado con norma infinita)			$1/u + q$
0	0	0	1	------------------------
1				
2				
3				

u es el valor del máximo elemento del vector sin normalizar (con signo) en cada iteración.

d) **(1 pto)** Determine el número de cifras decimales exactos en la segunda iteración para los elementos del vector propio de menor valor absoluto.

Problema 4

La resistencia de una puesta a tierra se puede calcular con la siguiente relación:

$$R = 0.366\frac{\rho}{L} Log_{10}\left(\frac{4L}{d}\right)$$

Siendo el electrodo de forma cilíndrica de diámetro d=0.05 m y de longitud L, la resistividad del terreno es ρ=50 Ohm-m. Si se desea calcular la longitud del electrodo para tener una resistencia de R=60 Ohm:

a) **(1 pto)** Plantee la ecuación y localice la raíz o raíces con intervalos de longitud unitaria.
b) **(1.5 ptos)** Realice 03 iteraciones del método de Bisección y muestre el error.
c) **(1.5 ptos)** A partir de la solución obtenida en b) realice iteraciones del método de punto fijo hasta tener 3 cifras decimales exactos.
d) **(1 pto)** Escriba un script en Matlab para resolver este problema por el Método de Newton-Raphson.

Los Profesores

Solución Problema 1

a)

$$T=\frac{196(1-A)^{1/4}}{\sqrt{R}}$$

$$A=0,6$$

$$R=\frac{5,9}{147}=0,04$$

$$\rightarrow T=779,3653 \quad Kelvin$$

$$\frac{\partial T}{\partial A}=49(1-A)^{-3/4}(-1)R^{-1/2}\ \Big|_{A=0,6;R=0,04}=\text{-}487,1033$$

$$\frac{\partial T}{\partial R}=-98(1-A)^{1/4}R^{-3/2}\ \Big|_{A=0,6;R=0,04}=-9742,1$$

$$\xi_T=\left|\frac{\partial T}{\partial A}\right|\xi_A+\left|\frac{\partial T}{\partial R}\right|\xi_R=0.005\%(779,3653)=0,039$$

$$\left|\frac{\partial T}{\partial A}\right|\xi_A=0,0195\rightarrow \xi_A=4\times10^{-5}$$

$$\left|\frac{\partial T}{\partial R}\right|\xi_R=0,0195\rightarrow \xi_R=2\times10^{-6}$$

b) .

$$T=\frac{196(1-A)^{1/4}}{\sqrt{R}}$$

$$A=0,7995 \qquad R=1$$

$$\rightarrow \boxed{T=131.15}$$

c) .

$$\boxed{\begin{array}{l}131.15=10000011.001\overline{1001}_2=1.0000011001\overline{1001}\times 2^7\\ 7=\exp-127\rightarrow \exp=134=10000110_2\\ 01000011000000110010011001100110\end{array}}$$

---

d).

```
y=sprintf('%tx',131.15)
deci=hex2dec(y)
N1=dec2bin(deci)
Num=strcat('0',N1)
```

Solución Problema 2

a) Matriz ampliada

4	-2	0	4
-1	3	-1	1
0	-5	6	2

f2=f2+f1/4

4	-2	0	4
0	2.5	-1	2
0	-5	6	2

Intercambio de f2 x f3

4	-2	0	4
0	-5	6	2
0	2.5	-1	2

F3=f3+f2/2

4	-2	0	4
0	-5	6	2
0	0	2	3

Por sustitución regresiva

x3=1.5 x2=1.4 x1=1.7

b) Por simple inspección se verifica que la matriz A es diagonal dominante por lo tanto converge

c) Las matrices previas son

D=

4	0	0
0	3	0
0	0	6

L=

0	0	0
1	0	0
0	5	0

U=

0	2	0
0	0	1
0	0	0

T=inv(D)*(L+U)

0	0.5000	0
0.3333	0	0.3333
0	0.8333	0

c= inv(D)*b

1.0000
0.3333
0.3333

En la primera iteracion

X(1)=TX+c

X=1.5 0.333 1.1667

d)

A=[….]

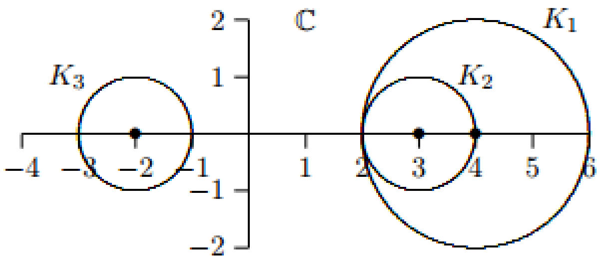
b=[..]

```
D=diag(diag(A))
L=-tril(A,-1)
U=-triu(A,1)
Tj=inv(D)*(L+U)
cj=inv(D)*b
roj=max(abs(eig(Tj)))
```

Solución Problema 3

a) Círculos Ki:

$$K_1 = \{z : |z-4| \leq 2\}$$
$$K_2 = \{z : |z-3| \leq 1\}$$
$$K_3 = \{z : |z+2| \leq 1\}$$



$\boxed{q=-2}$

b) Espectro de A

$\sigma(A) = \{3.43 \pm 0.14i, -1.86\}.$

c) Agoritmo de la Potencia inversa iterada : $x^{(k+1)} = B\bar{x}^{(k)} = u\underbrace{\left(\frac{\bar{x}^{(k)}}{u}\right)}_{x^{(k)}}$

$$B = (A-qI)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{3}{2} \\ -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & \frac{15}{2} \end{bmatrix}$$

Tabla de iteraciones:

k	$x^{(k)T}$ (vector normalizado con norma infinita)			1/*u*+q
0	0	0	1	-------------------------
1	0.1333	0.2000	1.0000	-1.8667
2	0.1354	0.2054	1.0000	-1.8646
3	0.1355	0.2056	1.0000	-1.8645

d) $E_2 = \dfrac{\|x_3 - x_2\|_\infty}{\|x_3\|} = 1.47720.15\text{x}10^{-4} = 0.15\text{x}10^{-3}$

3 c.d.e.

Solución Problema 4

a)

$$f(L) = 60 - 0.366\frac{50}{L}Log_{10}\left(\frac{4L}{0.05}\right) = 0$$

Existen 2 raíces en el intervalo [0, 1], aproximadamente 0.14 y 0.48

b) **Bisección**

a	**x**	**b**	**err**
0	0.5	1	0.5
0	0.25	0.5	0.25
0.25	0.375	0.5	0.125

Raíz aproximada 0.**375** con error de 0.**125**

c) **Algoritmo de Punto Fijo**

$$L_{n+1} = 0.366\frac{50}{60}Log_{10}\left(\frac{4L_n}{0.05}\right)$$

N	**L_N**
0	0.375
1	0.4505
2	0.4748
3	0.4818
4	0.4837
5	0.4842
6	0.4844

Error de sucesión: **0.0002**

d)

```
% Newton-Raphson
s='60-0.366*50/L*log10(4*L/0.05)',  f=inline(s)
 h=0.01, x=0.5
for i=1:10
    df=(f(x+h)-f(x))/h;
     x=x-f(x)/df
end
```